

# Grundbegriffe der Informatik

## Kapitel 22: MIMA-X

Thomas Worsch

KIT, Institut für Theoretische Informatik

Wintersemester 2015/2016

## MIMA-X — eine Erweiterung der MIMA

MIMA aus Vorlesung «Rechnerorganisation»

- *sehr* einfach gehalten, damit z. B. auch Mikroprogrammierung im Detail erläuterbar

MIMA-X für «Programmieren» und «Softwaretechnik»

- komfortabler, damit z. B. auch Grundzüge der Übersetzung im Detail erläuterbar

alle fundamentalen Bestandteile und Konzepte  
wie in realen Prozessoren

# Überblick

Motivation

Stapel

MIMA-X

# Wo sind wir?

Motivation

Stapel

MIMA-X

Erinnerung: die **Ackermann-Funktion**  $A : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$

$$\forall y \in \mathbb{N}_0 : \quad A(0, y) = y + 1$$

$$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \quad A(x + 1, 0) = A(x, 1)$$

$$\forall x, y \in \mathbb{N}_0 : \quad A(x + 1, y + 1) = A(x, A(x + 1, y))$$

Vorsicht beim Rechnen!

- schon bei kleinen Argumenten viele Rekursionsschritte

## Ackermann-Funktion Beispielberechnung für $A(2, 2)$

$$\begin{aligned} A(2, 2) &= A(1, A(0, A(0, 3))) \\ &= A(1, A(2, 1)) \\ &= A(1, A(1, A(2, 0))) \\ &= A(1, A(1, A(1, 1))) \\ &= A(1, A(1, A(0, A(1, 0)))) \\ &= A(1, A(1, A(0, A(0, 1)))) \\ &= A(1, A(1, A(0, 2))) \\ &= A(1, A(1, 3)) \\ &= A(1, A(0, A(1, 2))) \\ &= A(1, A(0, A(0, A(1, 1)))) \\ &= A(1, A(0, A(0, A(0, A(1, 0))))) \\ &= A(1, A(0, A(0, A(0, A(0, 1))))) \\ &= A(1, A(0, A(0, A(0, 2)))) \\ &= A(1, A(0, A(0, A(0, 3)))) \\ &= A(1, A(0, A(0, 4))) \\ &= A(1, 5) \\ &= A(0, A(1, 4)) \\ &= A(0, A(0, A(1, 3))) \\ &= A(0, A(0, A(0, A(1, 2)))) \\ &= A(0, A(0, A(0, A(0, A(1, 1))))) \\ &= A(0, A(0, A(0, A(0, A(0, A(1, 0))))) \\ &= A(0, A(0, A(0, A(0, A(0, A(0, 1))))) \\ &= A(0, A(0, A(0, A(0, A(0, 2)))) \\ &= \dots \\ &= A(0, 6) \\ &= 7 \end{aligned}$$

## Ackermann-Funktion $A(2, 2)$ kompakt notiert

$2, 2$	$\rightsquigarrow 1, 0, 0, 0, 2$
$\rightsquigarrow 1, 2, 1$	$\rightsquigarrow \dots$
$\rightsquigarrow 1, 1, 2, 0$	$\rightsquigarrow 1, 5$
$\rightsquigarrow 1, 1, 1, 1$	$\rightsquigarrow 0, 1, 4$
$\rightsquigarrow 1, 1, 0, 1, 0$	$\rightsquigarrow 0, 0, 1, 3$
$\rightsquigarrow 1, 1, 0, 0, 1$	$\rightsquigarrow 0, 0, 0, 1, 2$
$\rightsquigarrow 1, 1, 0, 2$	$\rightsquigarrow 0, 0, 0, 0, 1, 1$
$\rightsquigarrow 1, 1, 3$	$\rightsquigarrow 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0$
$\rightsquigarrow 1, 0, 1, 2$	$\rightsquigarrow 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1$
$\rightsquigarrow 1, 0, 0, 1, 1$	$\rightsquigarrow \dots$
$\rightsquigarrow 1, 0, 0, 0, 1, 0$	$\rightsquigarrow 0, 6$
$\rightsquigarrow 1, 0, 0, 0, 0, 1$	$\rightsquigarrow 7$

Liste von Werten

Änderungen nur am rechten Ende

ein/zwei Werte werden durch andere ersetzt, d. h.

- ein/zwei Werte entfernt
- neue Werte angefügt

Datenstruktur *Stapel*  
(vgl. Aufgabenblatt 5)

# Wo sind wir?

Motivation

Stapel

MIMA-X



# Stapel oder Keller — Zugriff nur auf das oberste Element

Menge  $S$  aller Stapel über Grundmenge  $V$

- es gibt den leeren Stapel

Operationen, die einen Stapel verändern

$$\text{push}: S \times V \rightarrow S$$

$$\text{pop}: S \dashrightarrow S \quad (\text{für nichtleere Stapel})$$

Operation, die Informationen aus Stapel extrahieren

$$\text{top}: S \dashrightarrow V \quad (\text{für nichtleere Stapel})$$

Spezifikation

$$\forall s \in S \forall v \in V : \text{pop}(\text{push}(s, v)) = s$$

$$\forall s \in S \forall v \in V : \text{top}(\text{push}(s, v)) = v$$

## Stapel — eine mögliche „Implementierung“

Listen/Tupel von Elementen in  $V$

$$S = \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} V^i$$

- leerer Stapel: leere Liste  $()$

Operationen

$$\text{push}(\ (), v) = (v)$$

$$\text{push}(\ (x_1, \dots, x_n), v) = (x_1, \dots, x_n, v)$$

$$\text{pop}(\ ()) = \text{undefiniert}$$

$$\text{pop}(\ (x_1, \dots, x_n)) = (x_1, \dots, x_{n-1})$$

$$\text{top}(\ ()) = \text{undefiniert}$$

$$\text{top}(\ (x_1, \dots, x_n)) = x_n$$

## Stapel — bequeme Verallgemeinerung

in Prozessoren oft auch möglich:

$$\text{peek}: S \times \mathbb{N}_0 \rightarrow V$$

„Implementierung“

$$\text{peek}(\ (), k) = \text{undefiniert}$$

$$\text{peek}((x_1, \dots, x_n), k) = \begin{cases} x_{n-k}, & \text{falls } 0 \leq k < n \\ \text{undefiniert}, & \text{sonst} \end{cases}$$

# Berechnung der Ackermann-Funktion mit einem Stapel

$$V = \mathbb{N}_0$$

$$\forall y \in \mathbb{N}_0 : \quad A(0, y) = y + 1$$

$$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \quad A(x + 1, 0) = A(x, 1)$$

$$\forall x, y \in \mathbb{N}_0 : \quad A(x + 1, y + 1) = A(x, A(x + 1, y))$$

definiere  $A' : S \rightarrow S$  entsprechend falls  $n \geq 2$ :

$$A'((x_1, \dots, 0, x_n)) = (x_1, \dots, x_{n-2}, x_n + 1)$$

$$A'((x_1, \dots, x_{n-1} + 1, 0)) = (x_1, \dots, x_{n-1}, 1)$$

$$A'((x_1, \dots, x_{n-1} + 1, x_n + 1)) = (x_1, \dots, x_{n-1}, x_{n-1} + 1, x_n)$$

Stapel-Manipulationen mit push, etc. ausdrückbar

# Jede $k$ -stellige Operation auf $V$ ist auf Stapel mit mindestens $k$ Einträgen übertragbar

## Idee

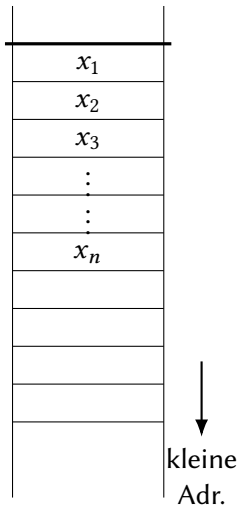
- Argumente mittels top und pop „vom Stapel holen“
- Operation anwenden
- Ergebnis mittels push auf den Stapel legen

## Vorsicht bei nichtkommutativen Operationen

## Beispiele

- Auswertung großer arithmetischer Ausdrücke in Programmiersprachen
- Taschenrechner mit „umgekehrter polnischer Notation“
  - nach dem polnischen Logiker Jan Lukasiewicz (1878–1956)
- Postscript

# Stapel – Implementierung in einem Rechner



Liste von Werten  $()$  oder  $(x_1, \dots, x_n)$   
an aufeinander folgenden Adressen gespeichert

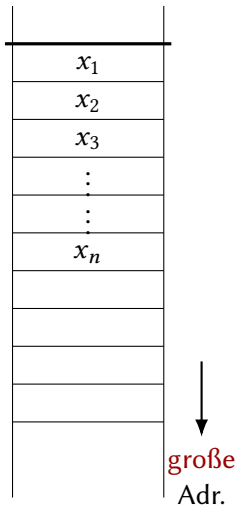
zwei Varianten

- Wachstum Richtung kleine Adressen
- Wachstum Richtung große Adressen (hier verwendet)
- genau lesen, was Autoren annehmen!

für Arbeit mit Stapel eine Adresse gespeichert  
zwei Varianten

- Adresse, an der oberstes Element des Stapels liegt
- Adresse der nächsten freien Stelle (hier verwendet)
- genau lesen, was Autoren annehmen!

# Stapel – Implementierung in einem Rechner



Liste von Werten  $()$  oder  $(x_1, \dots, x_n)$   
an aufeinander folgenden Adressen gespeichert

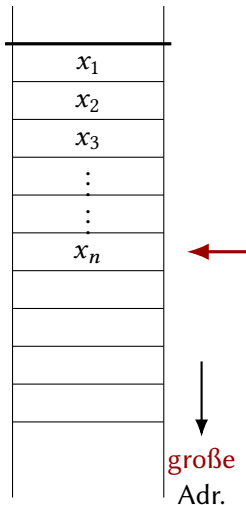
zwei Varianten

- Wachstum Richtung kleine Adressen
- **Wachstum Richtung große Adressen** (hier verwendet)
- genau lesen, was Autoren annehmen!

für Arbeit mit Stapel eine Adresse gespeichert  
zwei Varianten

- Adresse, an der oberstes Element des Stapels liegt
- Adresse der nächsten freien Stelle (hier verwendet)
- genau lesen, was Autoren annehmen!

# Stapel – Implementierung in einem Rechner



Liste von Werten  $()$  oder  $(x_1, \dots, x_n)$   
an aufeinander folgenden Adressen gespeichert

zwei Varianten

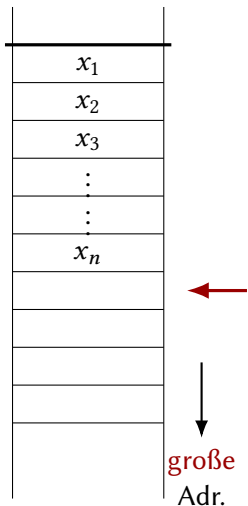
- Wachstum Richtung kleine Adressen
- **Wachstum Richtung große Adressen** (hier verwendet)
- genau lesen, was Autoren annehmen!

für Arbeit mit Stapel eine Adresse gespeichert  
zwei Varianten

- Adresse, an der oberstes Element des Stapels liegt
- Adresse der nächsten freien Stelle (hier verwendet)
- genau lesen, was Autoren annehmen!



# Stapel – Implementierung in einem Rechner



Liste von Werten  $()$  oder  $(x_1, \dots, x_n)$   
an aufeinander folgenden Adressen gespeichert

zwei Varianten

- Wachstum Richtung kleine Adressen
- **Wachstum Richtung große Adressen** (hier verwendet)
- genau lesen, was Autoren annehmen!

für Arbeit mit Stapel eine Adresse gespeichert  
zwei Varianten

- Adresse, an der oberstes Element des Stapels liegt
- **Adresse der nächsten freien Stelle** (hier verwendet)
- genau lesen, was Autoren annehmen!

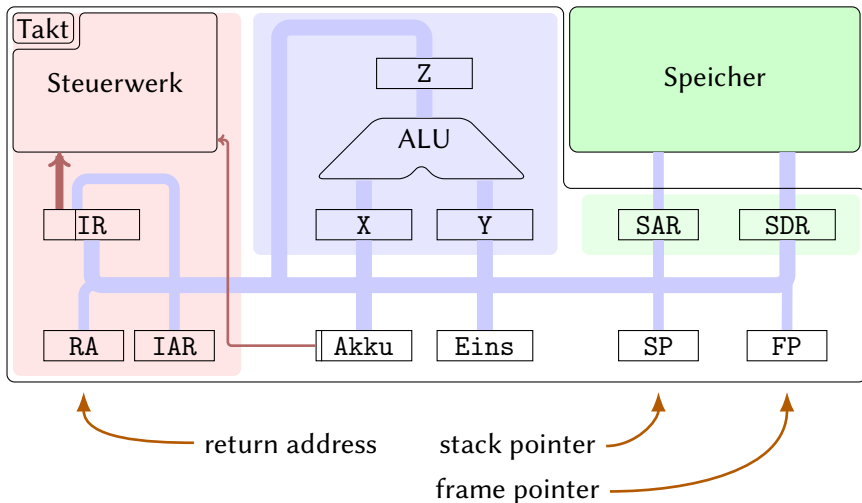
# Wo sind wir?

Motivation

Stapel

MIMA-X

## Mimax – drei zusätzliche Register für Adressen



## Register **RA** speichert eine Rückkehradresse

zwei neue Maschinenbefehle

**CALL** *adr*    «*call subroutine at address*»

- ähnlich **JMP** *adr*
- zusätzlich wird der Inhalt von **IAR** in **RA** gespeichert

**RET**    «*return from subroutine*»

- ähnlich **JMP** *adr*
- neuer Inhalt von **IAR** wird aus **RA** geholt

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...

RET

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

```
teil1:  ... Arbeit ...  
        CALL sub      RA ← cont1  
cont1:  ... weiter ...  
  
teil2:  ... Arbeit ...  
        CALL sub  
cont2:  ... weiter ...  
  
sub:    ... Arbeit ...  
        RET
```

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

```
teil1:  ... Arbeit ...  
        CALL sub      RA ← cont1  
cont1:  ... weiter ...  
  
teil2:  ... Arbeit ...  
        CALL sub  
cont2:  ... weiter ...  
  
sub:    ... Arbeit ...  
        RET
```

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*      RA ← *cont1*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...  
RET



## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...

CALL *sub*      RA ← *cont1*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...

RET              Sprungziel aus RA, also *cont1*

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*      RA ← *cont1*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...  
RET

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...

RET

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...

RET

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*      RA ← *cont2*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...  
RET

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*      RA ← *cont2*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...  
RET

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...  
CALL *sub*      RA ← *cont2*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...  
RET              Sprungziel aus RA, also *cont2*

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...

RET



## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...

RET

funktioniert so nur,  
wenn zwischen *sub* und RET  
kein CALL

## CALL und RET – Wiederverwendung von Codestücken durch primitiven Unterprogrammaufruf

*teil1:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont1:* ... weiter ...

*teil2:* ... Arbeit ...

CALL *sub*

*cont2:* ... weiter ...

*sub:* ... Arbeit ...

RET

funktioniert so nur,  
wenn zwischen *sub* und RET  
kein CALL

„Parameterübergabe“  
nur in Akku

## SP und FP

**FP:** „frame pointer“ oder „Umgebungszeiger“

- technisch: genau so verwendbar wie SP
- inhaltlich:
  - Vorlesungen Programmieren und Softwaretechnik
  - hier keine weiteren Erläuterungen

**SP:** „stack pointer“ oder „Stapelpegel“

- zeigt auf freie Speicherstelle, in der nächstes push einen Wert ablegen würde
- Realisierung eines push
  - Ablegen eines Wertes an richtiger Speicherstelle und
  - Verändern des Inhalts von SP
- Realisierung eines top
  - Lesen eines Wertes von richtiger Speicherstelle und
- Realisierung eines pop
  - Verändern des Inhalts von SP

## Speicherzugriffe mittels SP

„relative Adressierung“ mittels Summe von

- Inhalt von SP
- vorzeichenbehaftetem konstantem Anteil

**LDVR *disp*(SP)**      «*load value relative with displacement*»

- Beispiel: LDVR -1(SP)
- holt oberstes Stapelement in den Akku

**STVR *disp*(SP)**      «*store value relative with displacement*»

- Beispiel: STVR 0(SP)
- speichert Inhalt von Akku als neues oberstes Stapelement

# Veränderungen des SP-Registers

## Befehle für

- Transport zwischen SP und Akku
  - **LDSP**      «load from stack pointer»
  - **STSP**      «load to stack pointer»
- analog für FP
- analog für RA

## Befehl zum Addieren einer vorzeichenbehafteten Konstanten

- **ADC const**      «add constant to Akku»

damit zum Beispiel Erhöhung des Stack Pointers durch

LDSP

ADC 1

STSP

# Realisierung von push, top und pop

push

STVR 0(SP)

LDSP

ADC 1

STSP

top

LDVR -1(SP)

pop

LDSP

ADC -1

STSP

## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

*main:* ... Arbeit ...

CALL *sub1*

*cont1:* ... weiter ...

*sub1:* ... Arbeit ...

lege RA auf Stapel

CALL *sub2*

*cont2:* hole RA von Stapel

... weiter ...

RET

*sub2:* ... Arbeit ...

RET

## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

```
main:  ... Arbeit ...  
        CALL sub1           RA ← cont1  
cont1:  ... weiter ...  
  
sub1:  ... Arbeit ...  
        lege RA auf Stapel  
        CALL sub2  
cont2: hole RA von Stapel  
        ... weiter ...  
        RET  
  
sub2:  ... Arbeit ...  
        RET
```



## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

```
main:  ... Arbeit ...  
        CALL sub1          RA ← cont1  
cont1: ... weiter ...  
  
sub1:  ... Arbeit ...  
        lege RA auf Stapel  
        CALL sub2  
cont2: hole RA von Stapel  
        ... weiter ...  
        RET  
  
sub2:  ... Arbeit ...  
        RET
```

## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

*main:* ... Arbeit ...  
CALL *sub1*            RA ← *cont1*

*cont1:* ... weiter ...

*sub1:* ... Arbeit ...  
lege RA auf Stapel    Stack: *cont1*  
CALL *sub2*

*cont2:* hole RA von Stapel  
... weiter ...  
RET

*sub2:* ... Arbeit ...  
RET

## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

*main:* ... Arbeit ...  
CALL *sub1*

*cont1:* ... weiter ...

*sub1:* ... Arbeit ...  
lege RA auf Stapel     Stack: *cont1*  
CALL *sub2*             RA ← *cont2*

*cont2:* hole RA von Stapel  
... weiter ...  
RET

*sub2:* ... Arbeit ...  
RET

## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

*main:* ... Arbeit ...  
CALL *sub1*

*cont1:* ... weiter ...

*sub1:* ... Arbeit ...  
lege RA auf Stapel     Stack: *cont1*  
CALL *sub2*             RA ← *cont2*

*cont2:* hole RA von Stapel  
... weiter ...  
RET

*sub2:* ... Arbeit ...  
RET

## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

*main:* ... Arbeit ...  
CALL *sub1*

*cont1:* ... weiter ...

*sub1:* ... Arbeit ...  
lege RA auf Stapel     Stack: *cont1*  
CALL *sub2*             RA ← *cont2*

*cont2:* hole RA von Stapel  
... weiter ...  
RET

*sub2:* ... Arbeit ...  
RET

Sprungziel aus RA, also *cont2*

## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

*main:* ... Arbeit ...  
CALL *sub1*

*cont1:* ... weiter ...

*sub1:* ... Arbeit ...  
lege RA auf Stapel    Stack: *cont1*  
CALL *sub2*

*cont2:* hole RA von Stapel    RA ← *cont1*  
... weiter ...  
RET

*sub2:* ... Arbeit ...  
RET

## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

*main:* ... Arbeit ...  
CALL *sub1*

*cont1:* ... weiter ...

*sub1:* ... Arbeit ...  
lege RA auf Stapel  
CALL *sub2*

*cont2:* hole RA von Stapel     $RA \leftarrow cont1$   
... weiter ...  
RET

*sub2:* ... Arbeit ...  
RET





## push und pop von RA — für ineinander geschachtelte CALL

*main:* ... Arbeit ...  
CALL *sub1*

*cont1:* ... weiter ...

*sub1:* ... Arbeit ...  
lege RA auf Stapel  
CALL *sub2*

*cont2:* hole RA von Stapel  
... weiter ...  
RET

*sub2:* ... Arbeit ...  
RET

# Wir halten fest

## Das sollten Sie mitnehmen:

- zusätzliche Register und
- zusätzliche Maschinenbefehle
- erlauben Realisierung eines Stapels
  - z. B. von Rücksprungadressen für geschachtelte Unterprogrammaufrufe