

Herzlich Willkommen

zum Modul

Grundbegriffe der Informatik

Tutorien: viele viele Tutorinnen und Tutoren!!

Große Übung: Dipl.-Inform. Matthias Janke

Vorlesung: Prof. Dr.-Ing. Tanja Schultz

<http://gbi.ira.uka.de>

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

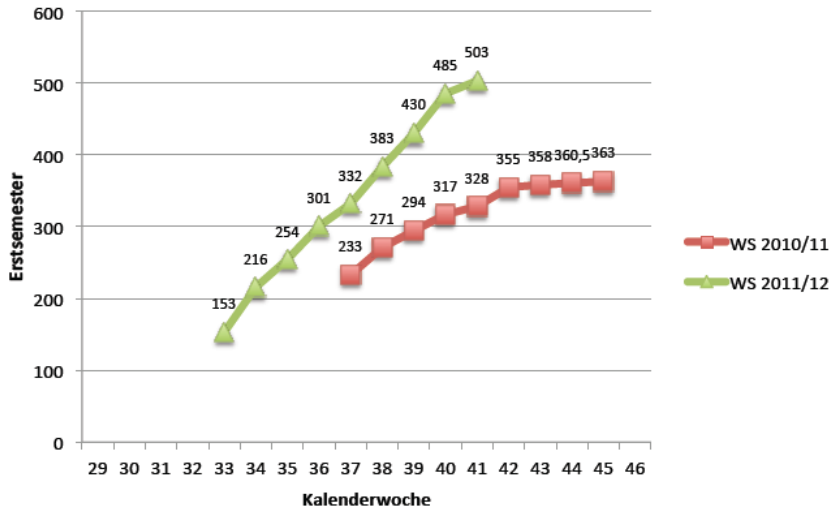
Übertragung und Speicherung

Nachricht

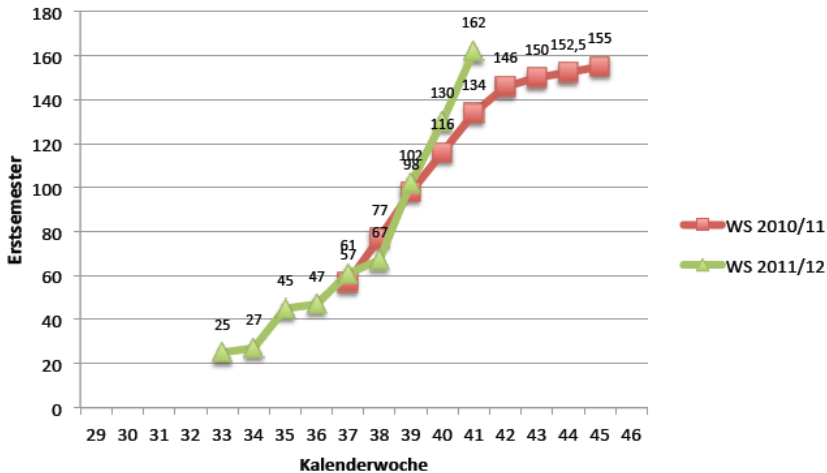
Information

Datum

Einschreibezahlen Bachelor Informatik



Einschreibbezahlen Bachelor Informationswirtschaft



- ▶ Auslastung Informatik: $503/443 = 113,5\%$;
Informationswirtschaft $162/195 = 83,1\%$
- ▶ Studierendenzahlen sind um mehr als 40% gegenüber dem Vorjahresstand gestiegen
- ▶ ... nicht wie erwartet um ca. 10-15%
- ▶ Mögliche Gründe:
 - ▶ Bundeswehreffekt - Abschaffung der Wehrpflicht
 - ▶ G8/G9 Effekt - Aus Bayern und Niedersachsen kommen die ersten Abiturienten des 12-jährigen Abiturs
- ▶ Informatik und Informationswirtschaft sind zulassungsfrei

- ▶ Wir erwarten insgesamt etwa 740 Studierende
- ▶ Informatik stellt Hörsaalkapazitäten für ca. 780 Studierende zur Verfügung
- ▶ ... das geht nur in Summe von FÜNF Hörsälen
- ▶ Bitte nutzen Sie die Hörsaalplätze möglichst **lückenlos**
- ▶ Wer im Hörsaal am Fasanengarten (HSaF) keinen Sitzplatz findet:
 - ▶ ... geht bitte in Hörsaal -101 oder -102 im 1. UG in 50.34
 - ▶ ... oder in -118 oder -119 im 1. UG in 50.34
 - ▶ max. 2 Gehminuten
 - ▶ Sie finden A3-Plakate mit Hinweisen und Beschilderungen ...
- ▶ Wir starten die eigentliche Vorlesung erst in ein paar Minuten (Sie haben also jetzt die Chance in einen der Hörsäle zu wechseln ohne VL-Inhalte zu verpassen)

Hier geht's lang: CampusPlan



- ▶ Die Vorlesung wird *live* in alle oben genannten Hörsäle gestreamt
 - ▶ Folien,
 - ▶ Bild + Ton der Dozentin
 - ▶ Medien-Audio
 - ▶ Der Stream wird NICHT aufgezeichnet
- ▶ Fragen aus den entfernten Hörsälen sind mittels Chat möglich
Der Url wird angezeigt
- ▶ Matthias Janke hier im HSaF moderiert den Chat und leitet Fragen an mich weiter
- ▶ Der Service ist personal- und kostenintensiv ...
- ▶ Daher kann dieser Service nur solange aufrechterhalten werden, wie notwendig
- ▶ Weder realisierbar noch finanzierbar für alle Vorlesungen
- ▶ ...
- ▶ Ihre Rückmeldung zu diesem Service ist sehr erwünscht

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

dann holen Sie sich welche!

Zum Beispiel hier:

- ▶ <http://gbi.ira.uka.de>
- ▶ Kommilitonen, Tutoren, Fachschaft, Mitarbeiter, Dozenten
- ▶ Forum der Fachschaft
 - ▶ allgemein
<https://www.fsmi.uni-karlsruhe.de/forum/index.php>
 - ▶ Unterforum zu „Grundbegriffe der Informatik“
- ▶ Zentrum für Information und Beratung
<http://www.zib.uni-karlsruhe.de>
- ▶ Behindertenbeauftragte
<http://www.studiumundbehinderung.kit.edu/>
- ▶ Psychotherapeutische Beratungsstelle für Studierende
<http://www.pbs-ka-pf.de/>

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Rechnergestützte Anmeldung zu Tutorien der Vorlesungen für die Studiengänge „Informatik“ und „Informationswirtschaft“
- ▶ WebInScribe
<http://webinscribe.ira.uka.de>
- ▶ Sie brauchen einen Studierenden-Account im Rechenzentrum.
- ▶ Wünsche (zu Tutorien) bis morgen Donnerstag, 20.10.2011, 18:00 Uhr
- ▶ Kurze Umfrage: **Wer hat keinen webinscribe Account** ... dann schicken Sie eine email mit Ihren Wünschen an webinscribe@ira.uka.de
- ▶ Ergebnisse ab Freitag Mittag
- ▶ Merkblatt wurde schon in anderen Vorlesungen ausgeteilt.
- ▶ Für die, die noch keines haben:
Merkblatt wird *jetzt* ausgeteilt.
- ▶ Schülerstudenten: brauchen sich nicht anmelden, Zuordnung zu Tutorien ist schon geklärt

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ im WWW unter <http://gbi.ira.uka.de>
- ▶ Vorlesung: Skript und Folien
- ▶ Übung: Folien, Aufgabenblätter, Lösungen (erst hinterher ...)
- ▶ Aufgabenblätter
 - ▶ Ausgabe immer am Mittwoch
 - ▶ Abgabe immer 12 Uhr am Freitag der darauf folgenden Woche
- ▶ Termine
 - ▶ Vorlesung: Mittwoch, 14:00 – 15:30, HsaF (HS -101 und -102 in Geb. 50.34)
 - ▶ Übung: Freitag, 9:45 – 10:30, HsaF (HS -101 und -102 in Geb. 50.34)
 - ▶ Tutorien:
 - ▶ über die Woche verteilt
 - ▶ diverse Räume, meist in Gebäude 50.34, ein Tutorium in 50.20
 - ▶ Beginn: kommender Montag, 24.10.11, 8:00 Uhr

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Anteil am Gewicht des Körpers:
- ▶ Anteil am Energieverbrauch des Körpers:

Das Gehirn „lernt also nicht irgendwie und mehr schlecht als recht, sondern kann nichts besser und tut nichts lieber!“

Manfred Spitzer

Lernen: Gehirnforschung und die Schule des Lebens,
Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg-Berlin, 2002,
S. 14.

- ▶ Anteil am Gewicht des Körpers: ca. 2 Prozent
- ▶ Anteil am Energieverbrauch des Körpers:

Das Gehirn „lernt also nicht irgendwie und mehr schlecht als recht, sondern kann nichts besser und tut nichts lieber!“

Manfred Spitzer

Lernen: Gehirnforschung und die Schule des Lebens,
Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg-Berlin, 2002,
S. 14.

- ▶ Anteil am Gewicht des Körpers: ca. 2 Prozent
- ▶ Anteil am Energieverbrauch des Körpers: ca. 20 Prozent

Das Gehirn „lernt also nicht irgendwie und mehr schlecht als recht, sondern kann nichts besser und tut nichts lieber!“

Manfred Spitzer

Lernen: Gehirnforschung und die Schule des Lebens,
Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg-Berlin, 2002,
S. 14.

- ▶ Anteil am Gewicht des Körpers: ca. 2 Prozent
- ▶ Anteil am Energieverbrauch des Körpers: ca. 20 Prozent

Das Gehirn „lernt also nicht irgendwie und mehr schlecht als recht, sondern kann nichts besser und tut nichts lieber!“

Manfred Spitzer

Lernen: Gehirnforschung und die Schule des Lebens,
Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg-Berlin, 2002,
S. 14.

- ▶ Anteil am Gewicht des Körpers: ca. 2 Prozent
- ▶ Anteil am Energieverbrauch des Körpers: ca. 20 Prozent

Das Gehirn „lernt also nicht irgendwie und mehr schlecht als recht, sondern kann nichts besser und tut nichts lieber!“

Manfred Spitzer

Lernen: Gehirnforschung und die Schule des Lebens,
Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg-Berlin, 2002,
S. 14.

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Einheit 1: Prolog
- ▶ Einheit 2: Signal, Nachricht, Information ...
 - ▶ Informatik (ethymologisch)
- ▶ Einheit 3: Alphabete, Abbildungen, Aussagenlogik
 - ▶ Alphabete
 - ▶ Relationen, Funktionen
 - ▶ Aussagenlogik

Grundbegriffe der Informatik

Einheit 1: Prolog

Prof. Dr. Tanja Schultz

Karlsruher Institut für Technologie, Fakultät für Informatik

Wintersemester 2011/2012

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

„Vorhersagen sind schwierig, besonders wenn sie die Zukunft betreffen.“ (Mark Twain ?)

1943: „I think there is a world market for maybe five computers.“
(Thomas Watson, IBM)

1949: „Computers in the future may weigh no more than 1.5 tons.“
(Popular Mechanics)

1977: „There is no reason for any individual to have a computer in their home.“ (Ken Olson, DEC)

1981: „640K ought to be enough for anybody.“ (Bill Gates, Microsoft, bestreitet den Ausspruch)

2000: Es wurden mehr PCs als Fernseher verkauft.

Was wird am Ende Ihres Studiums der Fall sein?

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Nomen est omen:
wichtige Begriffe und Konzepte der Informatik
 - ▶ Graphen
 - ▶ endliche Automaten
 - ▶ Algorithmus
 - ▶ Berechnungskomplexität
- ▶ unverzichtbare Begriffe und Konzepte aus der Mathematik
- ▶ wichtige Vorgehensweisen bei Definitionen und Beweisen:
 - ▶ induktives Vorgehen
 - ▶ Rekursion und Fixpunkte
- ▶ eher implizit:
 - ▶ präzises Formulieren und Argumentieren
 - ▶ Formalismen als Hilfsmittel, um
präzise und gleichzeitig verständlich (!) zu formulieren,
 - ▶ und mehr ...
- ▶ dass Sie das alles nicht nur wissen, sondern auch können

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Thomas Worsch (2011).
Skript zur Vorlesung *Grundbegriffe der Informatik*.
Wintersemester 2010/2011, Fakultät für Informatik, KIT.
Download als pdf-Datei von <http://gbi.ira.uka.de>
- ▶ Sebastian Abeck (2005).
Kursbuch Informatik, Band 1.
Universitätsverlag Karlsruhe.
- ▶ Gerhard Goos (2006).
Vorlesungen über Informatik: Band 1: Grundlagen und funktionales Programmieren.
Springer-Verlag.
- ▶ Manfred Spitzer (2002).
Lernen: Gehirnforschung und Schule des Lebens.
Spektrum Akademischer Verlag.

Grundbegriffe der Informatik

Einheit 2: Signale, Nachrichten, Informationen, Daten

Prof. Dr. Tanja Schultz

Karlsruher Institut für Technologie, Fakultät für Informatik

Wintersemester 2011/2012

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

Man nehme

- ▶ das Präfix **Infor** mation und
- ▶ das Suffix Mathe **matik**

- ▶ Was ist Information?
 - ▶ Darüber sprechen wir gleich.
- ▶ Was ist Mathematik?
Was ist Informatik?
Was ist Elektrotechnik?
Wo sind die Grenzen?
 - ▶ Das werden Sie im Laufe der Jahre merken.
- ▶ Welches sind Grundbegriffe der Informatik?
 - ▶ Das werden Sie im Laufe dieser Vorlesung merken ...

Man nehme

- ▶ das Präfix **Infor** mation und
- ▶ das Suffix Mathe **matik**

- ▶ Was ist Information?
 - ▶ Darüber sprechen wir gleich.
- ▶ Was ist Mathematik?
Was ist Informatik?
Was ist Elektrotechnik?
Wo sind die Grenzen?
 - ▶ Das werden Sie im Laufe der Jahre merken.
- ▶ Welches sind Grundbegriffe der Informatik?
 - ▶ Das werden Sie im Laufe dieser Vorlesung merken ...

1 0 0 0 0 0 1

- ▶ schwarze und weiße Punkte?
- ▶ Eins Null Null Null Null Null Eins?
- ▶ Einemillioneneins?
- ▶ Siebenhundertdreißig?
- ▶ Fünfundsechzig?
- ▶ ein großes A?

1 0 0 0 0 0 1

- ▶ schwarze und weiße Punkte?
- ▶ Eins Null Null Null Null Null Eins?
- ▶ Einemillioneneins?
- ▶ Siebenhundertdreißig?
- ▶ Fünfundsechzig?
- ▶ ein großes A?

1 0 0 0 0 0 1

- ▶ schwarze und weiße Punkte?
- ▶ Eins Null Null Null Null Null Eins?
- ▶ Einemillioneneins?
- ▶ Siebenhundertdreißig?
- ▶ Fünfundsechzig?
- ▶ ein großes A?

1 0 0 0 0 0 1

- ▶ schwarze und weiße Punkte?
- ▶ Eins Null Null Null Null Null Eins?
- ▶ Einemillioneneins?
- ▶ Siebenhundertdreißig?
- ▶ Fünfundsechzig?
- ▶ ein großes A?

1 0 0 0 0 0 1

- ▶ schwarze und weiße Punkte?
- ▶ Eins Null Null Null Null Null Eins?
- ▶ Einemillioneneins?
- ▶ Siebenhundertdreißig?
- ▶ Fünfundsechzig?
- ▶ ein großes A?

1 0 0 0 0 0 1

- ▶ schwarze und weiße Punkte?
- ▶ Eins Null Null Null Null Null Eins?
- ▶ Einemillioneneins?
- ▶ Siebenhundertdreißig?
- ▶ Fünfundsechzig?
- ▶ ein großes A?

1 0 0 0 0 0 1

- ▶ schwarze und weiße Punkte?
- ▶ Eins Null Null Null Null Null Eins?
- ▶ Einemillioneneins?
- ▶ Siebenhundertdreißig?
- ▶ Fünfundsechzig?
- ▶ ein großes A?

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Vorlesen: Schallwellen gelangen vom Vorleser zu Ihren Ohren.
- ▶ Lesen: Lichtwellen gelangen vom Papier in Ihr Auge.
- ▶ Ertasten: Braillezeile verformt die Haut Ihrer Finger.



Quelle: http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Refreshable_Braille_display.jpg

- ▶ Physikalische Vorgänge vermitteln im übertragenen oder wörtlichen Sinne einen „Eindruck“ von dem, was mitgeteilt werden soll.
- ▶ Die Veränderung physikalischer Größen um etwas mitzuteilen nennt man ein *Signal*.
- ▶ Manchmal werden bei der Übermittlung einer Mitteilung verschiedene Signale benutzt.
- ▶ Beispiel `1000001` von vorhin:
die Lichtwellen, die von der Leinwand zu Ihnen gerast sind

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Wellen usw. bieten die Möglichkeit, eine Mitteilung von einem Ort zu einem anderen zu übertragen.
- ▶ Dabei vergeht (jedenfalls im Alltag) immer auch Zeit.
- ▶ andere „Transportmöglichkeit“:
Speicherung der Mitteilung als *Inschrift*
 - ▶ Papier und Stift
 - ▶ Höhle und Pinsel
 - ▶ magnetisierbare Scheibe und Magnet
- ▶ Aber was wird denn übertragen bzw. gespeichert?
 - ▶ keine Signale auf dem Papier
 - ▶ verschiedene Inschriften mit „den gleichen Zeichen“
- ▶ Was ist der Kern dessen, „was da steht“?
 - ▶ Um den zu finden, muss man abstrahieren.

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Man kann etwas (immer Gleiches) auf verschiedene Arten, d.h.
 - ▶ mit Hilfe verschiedener Signale übertragen und
 - ▶ auf verschiedene Weisen speichern.
- ▶ Das Wesentliche, das übrig bleibt, wenn man z.B. von verschiedenen Medien für die Signalübertragung oder Speicherung absieht, nennt man eine *Nachricht*.
- ▶ Beispiel 1000001 von vorhin:

Eins Null Null Null Null Null Eins

Was kann man mit Nachrichten machen?

- ▶ übertragen
- ▶ speichern
- ▶ verarbeiten

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ Nachrichten überträgt man nicht um ihrer selbst willen (normalerweise)
- ▶ Üblicherweise kann man Nachrichten *interpretieren* und ihnen eine *Bedeutung* zuzuordnen.
- ▶ Das ist eine einer Nachricht zugeordnete sogenannte *Information*.
- ▶ **Achtung:**
 - ▶ Interpretation einer Nachricht ist nicht eindeutig festgelegt
 - ▶ hängt ab vom „Bezugssystem“ des Interpretierenden
 - ▶ Beispiel 1000001 von vorhin:
 - ▶ einemillioneins
 - ▶ fünfundsechzig
 - ▶ großes A

- ▶ Rechner haben „keine Ahnung“ von Interpretationen (?)
- ▶ verarbeiten also Nachrichten und keine Informationen
- ▶ trotzdem sind Rechneraktionen sinnvoll
- ▶ Die Transformation von Eingabe- zu Ausgabe-Nachrichten passt bei einer festgelegten Interpretation zur beabsichtigten Informationsverarbeitung:

Rechner:	42	17	$\xrightarrow{\text{Programm-ausführung}}$	59
	↓ Interpretation	↓		↓
Mensch:	zweiund- vierzig	siebzehn	$\xrightarrow{\text{RechnenAddition}}$	neunund- fünfzig

- ▶ Rechner haben „keine Ahnung“ von Interpretationen (?)
- ▶ verarbeiten also Nachrichten und keine Informationen
- ▶ trotzdem sind Rechneraktionen sinnvoll
- ▶ Die Transformation von Eingabe- zu Ausgabe-Nachrichten passt bei einer festgelegten Interpretation zur beabsichtigten Informationsverarbeitung:

Rechner:	101010	010001	$\xrightarrow{\text{Programm-ausführung}}$	111011
	↓ Interpretation	↓		↓
Mensch:	zweiund- vierzig	siebzehn	$\xrightarrow{\text{RechnenAddition}}$	neunund- fünfzig

Organisatorisches

Wenn Sie Hilfe brauchen, ...

Einteilung in Tutorien

Alles zum Modul Grundbegriffe der Informatik

Das Gehirn

Überblick über den Rest der heutigen Vorlesung

Vorhersagen

Ziele der Vorlesung

Literatur

Signale

Übertragung und Speicherung

Nachricht

Information

Datum

- ▶ umgangssprachlich: Angabe eines ganz bestimmten Tages, z.B. „2. Dezember 1958“.
- ▶ in der Informatik: Singular des Wortes „Daten“.
- ▶ *Datum*: ein Paar, das aus einer Nachricht und einer zugehörigen Information besteht.
- ▶ Das Bezugssystem für die Interpretation ist also relevant.
- ▶ „Trick“: wenn man
 - ▶ bestimmte Interpretationsmöglichkeiten von Nachrichten und
 - ▶ eine Repräsentation dieser Möglichkeiten als Nachrichten fixiert,
- ▶ dann kann man auch ein Datum als Nachricht repräsentieren (d.h. speichern oder übertragen).

Das sollten Sie mitnehmen:

- ▶ Rechner verarbeiten
 - ▶ Nachrichten
 - ▶ nicht Informationen

Das sollten Sie üben:

- ▶ immer unterscheiden zwischen
 - ▶ dem, was hingeschrieben ist, und
 - ▶ dem, was es bedeutet.

Grundbegriffe der Informatik

Einheit 3: Alphabete, Abbildungen, Aussagenlogik

Prof. Dr. Tanja Schultz

Karlsruher Institut für Technologie, Fakultät für Informatik

Wintersemester 2011/2012

Alphabete

ASCII

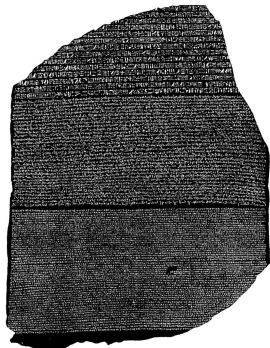
Unicode

Relationen und Funktionen

Logisches



J.-F. Champollion
1790 – 1832



Rosetta-Stein
196 v. Chr.

Lieferte wesentliche Beiträge zur Entzifferung der ägyptischen Hieroglyphen (der Rosetta-Stein enthält denselben Text in drei verschiedenen Schriftsystemen, nämlich in Hieroglyphen, in demotischer Schrift und in griechischen Großbuchstaben)

Bildquellen: http://en.wikipedia.org/wiki/Image:Jean-Francois_Champollion_2.jpg

Alphabete

ASCII

Unicode

Relationen und Funktionen

Logisches

- ▶ Ein *Alphabet* ist eine endliche nichtleere Menge sogenannter *Zeichen* oder *Symbole*.
- ▶ Was ist ein „Zeichen“?
 - ▶ Wir tun so, als wüssten wir das:
 - ▶ elementare Bausteine, aus denen Inschriften zusammengesetzt sind
- ▶ Beispiele:
 - ▶ $A = \{ | \}$
 - ▶ $A = \{ a, b, c \}$
 - ▶ $A = \{ 0, 1 \}$
 - ▶ Manchmal erfindet man auch Zeichen: $A = \{ 1, 0, \perp \}$
 - ▶ $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F \}$
- ▶ Gelegentlich etwas abstrakterer Standpunkt: Jeder der folgenden „Kästen“ soll jeweils *ein* Zeichen eines gewissen Alphabetes sein: `int` `adams` `=` `42` `;`

Alphabete

ASCII

Unicode

Relationen und Funktionen

Logisches

- ▶ ASCII: *American Standard Code for Information Interchange*.
- ▶ umfasst insbesondere eine Liste von 94 „druckbaren“ und einem „unsichtbaren“ Zeichen
- ▶ es fehlen Buchstaben aus „nicht-englischen“ Alphabeten, z.B. ä, ü, ß, ç, è, ģ, ñ, œ, ù usw., (von Kyrillisch, Chinesischen Hanzi, ... ganz zu schweigen).

- ▶ Jedes „druckbare“ Zeichen hat eine Nummer aus dem Bereich der natürlichen Zahlen zwischen 32 und 126.
- ▶ Beachte: das „Leerzeichen“ `␣`

		40	(50	2	60	<	70	F
		41)	51	3	61	=	71	G
32	␣	42	*	52	4	62	>	72	H
33	!	43	+	53	5	63	?	73	I
34	"	44	,	54	6	64	@	74	J
35	#	45	-	55	7	65	A	75	K
⋮									⋮
84	T	94	~	104	h	114	r	124	
85	U	95	_	105	i	115	s	125	}
86	V	96	'	106	j	116	t	126	~
87	W	97	a	107	k	117	u		
88	X	98	b	108	l	118	v		
89	Y	99	c	109	m	119	w		

- ▶ syntaktischer Aufbau spezifiziert in „Request for Comments“ (RFC) 2822
<http://tools.ietf.org/html/rfc2822>
- ▶ Nur die Zeichen des ASCII-Zeichensatzes sind erlaubt.
- ▶ Was ist mit Umlauten oder anderen Zeichen, die *keine* ASCII-Zeichen sind?
- ▶ Wie das geht, werden wir in dem Kapitel über Codierungen sehen ...

- ▶ syntaktischer Aufbau spezifiziert in „Request for Comments“ (RFC) 2822
<http://tools.ietf.org/html/rfc2822>
- ▶ Nur die Zeichen des ASCII-Zeichensatzes sind erlaubt.

- ▶ Was ist mit Umlauten oder anderen Zeichen, die *keine* ASCII-Zeichen sind?
- ▶ Wie das geht, werden wir in dem Kapitel über Codierungen sehen . . .

Alphabete

ASCII

Unicode

Relationen und Funktionen

Logisches

- ▶ Unicode: <http://www.unicode.org>
- ▶ Der Unicode-Standard definiert viele Dinge
- ▶ im Zentrum: ein *sehr großes* Alphabet
 - ▶ rund 100 000 Zeichen
 - ▶ siehe <http://www.unicode.org/charts/>
- ▶ weitere Aspekte:
 - ▶ Jedes Zeichen hat einen Namen. Z. B.
„LATIN SMALL LETTER C WITH CEDILLA“ für ç
 - ▶ Es existiert eine Zuordnung von Groß- zu Kleinbuchstaben und umgekehrt
 - ▶ Sortierreihenfolge von Buchstaben
(im Schwedischen: ö *nach* z, im Deutschen: ö *vor* z)
 - ▶ und vieles mehr ...

- ▶ Es wird ein Alphabet A_U festgelegt, und
- ▶ eine Nummerierung dieser Zeichen
Jedenfalls in einem gewissen Sinne:
 - ▶ Jedem Zeichen aus A_U ist eine nichtnegative ganze Zahl zugeordnet, der *Code Point* des Zeichens.
 - ▶ Die Liste der benutzten Code Points ist aber nicht „zusammenhängend“.
- ▶ Es liegt eine Beziehung zwischen Unicode-Zeichen und nichtnegativen ganzen Zahlen vor.
- ▶ Man spricht von einer Relation.
- ▶ Womit wir bei ein bisschen Mathematik wären ...

Alphabete

ASCII

Unicode

Relationen und Funktionen

Logisches

- ▶ Wie kann man die Beziehung zwischen Unicode-Zeichen in A_U und nichtnegativen ganzen Zahlen beschreiben?
- ▶ Z. B. durch die Angabe aller Paare (a, n) , für die $a \in A_U$ ist und n der zu a gehörenden Code Point
- ▶ Für die Menge U aller dieser Paare gilt: $U \subseteq A_U \times \mathbb{N}_0$. (\subseteq „Teilmenge“)

- ▶ *kartesisches Produkt* $A \times B$ der Mengen A und B :
Das ist die Menge *aller* Paare (a, b) mit $a \in A$ und $b \in B$:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ und } b \in B\}$$

- ▶ Eine Teilmenge $R \subseteq A \times B$ heißt auch eine *Relation* oder genauer *binäre Relation* von A in B .
- ▶ Beispiele:

$$(A, 65) \in U \quad \text{aber} \quad (B, 4711) \notin U$$

Die Unicoderelation $U \subseteq A_U \times \mathbb{N}_0$ hat zusätzliche „schöne“ Eigenschaften:

- ▶ Für jedes Zeichen $a \in A_U$ existiert (mindestens) ein $n \in \mathbb{N}_0$ mit $(a, n) \in U$.
 $R \subseteq A \times B$ heißt *linkstotal*, wenn für jedes $a \in A$ ein $b \in B$ existiert mit $(a, b) \in R$.
- ▶ Für kein Zeichen $a \in A_U$ gibt es mehrere $n \in \mathbb{N}_0$ mit der Eigenschaft $(a, n) \in U$.
 $R \subseteq A \times B$ heißt *rechtseindeutig*, wenn es für kein $a \in A$ zwei $b_1 \in B$ und $b_2 \in B$ mit $b_1 \neq b_2$ gibt, so dass sowohl $(a, b_1) \in R$ als auch $(a, b_2) \in R$ ist.
- ▶ Relationen, die linkstotal und rechtseindeutig sind, heißen *Abbildungen* oder *Funktionen*. Schreibweise $R : A \rightarrow B$.
- ▶ Gelegentlich (in einem der letzten Kapitel) betrachtet man *partielle Funktionen*: man verzichtet auf die Linkstotalität und fordert nur Rechtseindeutigkeit.

- ▶ Bei Unicode gibt es keine zwei verschiedene Zeichen a_1 und a_2 , denen der gleiche Code Point zugeordnet ist.

$R \subseteq A \times B$ heißt *linkseindeutig*, wenn für alle $(a_1, b_1) \in R$ und alle $(a_2, b_2) \in R$ gilt:

wenn $a_1 \neq a_2$, dann $b_1 \neq b_2$.

- ▶ Eine Abbildung, die linkseindeutig ist, heißt *injektiv*.
- ▶ $R \subseteq A \times B$ heißt *rechtstotal*, wenn für jedes $b \in B$ ein $a \in A$ existiert, für das $(a, b) \in R$ ist.
- ▶ Eine Abbildung, die rechtstotal ist, heißt *surjektiv*.
- ▶ Eine Abbildung, die sowohl injektiv als auch surjektiv ist, heißt *bijektiv*.

Beachte

(\mathbb{R}_0^+ sei die Menge der nicht negativen reellen Zahlen)

- ▶ Um die Injektivität („Linkseindeutigkeit“) einer Abbildung $f : A \rightarrow B$ beurteilen zu können, muss man A kennen:
 - ▶ $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+ : x \mapsto x^2$ ist injektiv, aber
 - ▶ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+ : x \mapsto x^2$ ist nicht injektiv
(Beispiel: $a_1 = -1$ und $a_2 = +1$ aber $b_1 = b_2 = 1$)
- ▶ Um die Surjektivität („Rechtstotalität“) einer Abbildung $f : A \rightarrow B$ beurteilen zu können, muss man B kennen:
 - ▶ $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+ : x \mapsto x^2$ ist surjektiv, aber
 - ▶ $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2$ ist nicht surjektiv (Beispiel: $b = -1$)
- ▶ **generell:** Zu einer Abbildung gehört nicht nur die Abbildungsvorschrift, sondern auch
 - ▶ der Definitionsbereich A und
 - ▶ der Zielbereich B

Alphabete

ASCII

Unicode

Relationen und Funktionen

Logisches

- ▶ „Die Abbildung $U : A_U \rightarrow \mathbb{N}_0$ ist injektiv.“
Das ist eine Aussage. Sie ist *wahr*.
- ▶ „Die Abbildung $U : A_U \rightarrow \mathbb{N}_0$ ist surjektiv.“
Das ist auch eine Aussage. Sie ist *falsch*.
- ▶ Aussagen sind Sätze, die „objektiv“ wahr oder falsch sind.
Dazu braucht man eine Interpretation der Zeichen, aus denen die zu Grunde liegende Nachricht zusammengesetzt ist.
- ▶ Wir bauen ganz massiv darauf, dass es keine Missverständnisse durch unterschiedliche Interpretationsmöglichkeiten gibt.
Was ist \mathbb{N} ? Enthält es die 0?
- ▶ Manche umgangssprachlichen Sätze sind nicht wahr oder falsch, sondern sinnlos:
„Ein Barbier ist ein Mann, der genau die Männer rasiert, die sich nicht selbst rasieren.“
Rasiert sich ein Barbier selbst . . . ?

Häufig setzt man aus einfachen Aussagen (\mathcal{A} und \mathcal{B}) kompliziertere Aussagen auf eine der folgenden Arten zusammen:

logische Negation: „Nicht \mathcal{A} “

kurz $\neg\mathcal{A}$.

logisches Und: „ \mathcal{A} und \mathcal{B} “

kurz $\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}$.

logisches Oder: „ \mathcal{A} oder \mathcal{B} “

kurz $\mathcal{A} \vee \mathcal{B}$.

logische Implikation: „Wenn \mathcal{A} , dann \mathcal{B} “

kurz $\mathcal{A} \Rightarrow \mathcal{B}$.

- ▶ Ob eine so zusammengesetzte Aussage wahr oder falsch ist, hängt dabei *nicht* vom konkreten Inhalt der Aussagen ab!
- ▶ Wesentlich ist nur, welche Wahrheitswerte die Aussagen \mathcal{A} und \mathcal{B} haben.

► *aussagenlogische Formel*

- nach obigen Regeln zusammengesetzt und
- statt elementarer Aussagen einfach *Aussagevariablen*,
- die als Werte „wahr“ oder „falsch“ annehmen können.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	wahr	falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	wahr

► *aussagenlogische Formel*

- nach obigen Regeln zusammengesetzt und
- statt elementarer Aussagen einfach *Aussagevariablen*,
- die als Werte „wahr“ oder „falsch“ annehmen können.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	wahr	falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	wahr

► *aussagenlogische Formel*

- nach obigen Regeln zusammengesetzt und
- statt elementarer Aussagen einfach *Aussagevariablen*,
- die als Werte „wahr“ oder „falsch“ annehmen können.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	wahr	falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	wahr

► *aussagenlogische Formel*

- nach obigen Regeln zusammengesetzt und
- statt elementarer Aussagen einfach *Aussagevariablen*,
- die als Werte „wahr“ oder „falsch“ annehmen können.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	wahr	falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	wahr

► *aussagenlogische Formel*

- nach obigen Regeln zusammengesetzt und
- statt elementarer Aussagen einfach *Aussagevariablen*,
- die als Werte „wahr“ oder „falsch“ annehmen können.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	wahr	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	wahr	falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	wahr

- ▶ Das „Logische Oder“ \vee ist „inklusive“ (und nicht „exklusiv“):
Wenn A und B beide wahr sind, dann auch $A \vee B$.
- ▶ Man kann für komplizierte Aussagen anhand der Tabellen „ausrechnen“, wann sie wahr und wann sie falsch sind.
 - ▶ einfaches Rechnen bzw. scharfes Hinsehen:
die Aussagen $\neg(A \vee B)$ und $(\neg A) \wedge (\neg B)$ immer gleichzeitig wahr bzw. falsch sind.
 - ▶ Gleiches gilt für $\neg \neg A$ und A .
 - ▶ Solche Aussagen nennt man *äquivalent*.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg(A \vee B)$	$(\neg A) \wedge (\neg B)$
falsch	falsch	wahr	wahr	wahr	wahr
falsch	wahr	wahr	falsch	falsch	falsch
wahr	falsch	falsch	wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	falsch	falsch	falsch	falsch

- ▶ Um Klammern zu sparen, legt man z.B. in der Arithmetik Vorrangregeln fest:

$$x \cdot y + z \quad \text{bedeutet} \quad (x \cdot y) + z$$

- ▶ Analog in der Aussagenlogik:

Was soll $\neg A \wedge B \vee C \Rightarrow D$ bedeuten?

- ▶ wir vereinbaren:
 - ▶ \neg bindet am stärksten
 - ▶ \wedge bindet weniger stark
 - ▶ \vee bindet noch schwächer
 - ▶ \Rightarrow bindet am schwächsten

- ▶ Um Klammern zu sparen, legt man z.B. in der Arithmetik Vorrangregeln fest:

$$x \cdot y + z \quad \text{bedeutet} \quad (x \cdot y) + z$$

- ▶ Analog in der Aussagenlogik:

$$\begin{array}{lll} \text{Was soll} & \neg A \wedge B \vee C \Rightarrow D & \text{bedeuten?} \\ \text{das} & ((\neg A) \wedge B) \vee C \Rightarrow D & \end{array}$$

- ▶ wir vereinbaren:
 - ▶ \neg bindet am stärksten
 - ▶ \wedge bindet weniger stark
 - ▶ \vee bindet noch schwächer
 - ▶ \Rightarrow bindet am schwächsten

Definition der logischen Implikation \Rightarrow

- ▶ Beobachtung: Bei $A \wedge B$ und $A \vee B$ hängt der Wahrheitswert der ganzen Formel
 - ▶ nur von den Wahrheitswerten von A und B ab, und
 - ▶ nicht davon, worum es in den Aussagen A und B geht.
- ▶ Ziel: Für die logische Implikation $A \Rightarrow B$ wollen wir das auch
- ▶ Der Wahrheitswert von $A \Rightarrow B$ („wenn A , dann B “) soll nur von den Wahrheitswerten von A und B abhängen!
- ▶ relativ unstrittig (?) ist, was sein soll, wenn A wahr ist:
 - ▶ wenn A wahr ist und B falsch, dann soll $A \Rightarrow B$ falsch sein
 - ▶ wenn A und B wahr sind, dann soll auch $A \Rightarrow B$ wahr sein

A	B	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	
falsch	wahr	
wahr	falsch	falsch
wahr	wahr	wahr

- ▶ Um die restlichen Beiden Fälle der logischen Implikation $A \Rightarrow B$ zu klären, nähern wir uns aus einem anderen Blickwinkel:

- ▶ Was ist denn das „Gegenteil“ von $A \Rightarrow B$?
- ▶ Doch wohl $A \wedge \neg B$.
- ▶ Also ist $A \Rightarrow B$ äquivalent zu $\neg(A \wedge \neg B)$
- ▶ Das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee (\neg \neg B)$ und
- ▶ das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee B$.

A	B	$A \wedge \neg B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr

- ▶ Auswirkung auf Beweise
 - ▶ Man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist.

Definition der logischen Implikation \Rightarrow (2)

- ▶ Um die restlichen Beiden Fälle der logischen Implikation $A \Rightarrow B$ zu klären, nähern wir uns aus einem anderen Blickwinkel:

- ▶ Was ist denn das „Gegenteil“ von $A \Rightarrow B$?
- ▶ Doch wohl $A \wedge \neg B$.
- ▶ Also ist $A \Rightarrow B$ äquivalent zu $\neg(A \wedge \neg B)$
- ▶ Das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee (\neg \neg B)$ und
- ▶ das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee B$.

A	B	$A \wedge \neg B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr

- ▶ Auswirkung auf Beweise
 - ▶ Man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist.

Definition der logischen Implikation \Rightarrow (2)

- ▶ Um die restlichen Beiden Fälle der logischen Implikation $A \Rightarrow B$ zu klären, nähern wir uns aus einem anderen Blickwinkel:

- ▶ Was ist denn das „Gegenteil“ von $A \Rightarrow B$?
- ▶ Doch wohl $A \wedge \neg B$.
- ▶ Also ist $A \Rightarrow B$ äquivalent zu $\neg(A \wedge \neg B)$
- ▶ Das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee (\neg \neg B)$ und
- ▶ das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee B$.

A	B	$A \wedge \neg B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr

- ▶ Auswirkung auf Beweise
 - ▶ Man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist.

Definition der logischen Implikation \Rightarrow (2)

- ▶ Um die restlichen Beiden Fälle der logischen Implikation $A \Rightarrow B$ zu klären, nähern wir uns aus einem anderen Blickwinkel:

- ▶ Was ist denn das „Gegenteil“ von $A \Rightarrow B$?
- ▶ Doch wohl $A \wedge \neg B$.
- ▶ Also ist $A \Rightarrow B$ äquivalent zu $\neg(A \wedge \neg B)$
- ▶ Das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee (\neg \neg B)$ und
- ▶ das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee B$.

A	B	$A \wedge \neg B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr

- ▶ Auswirkung auf Beweise
 - ▶ Man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist.

Definition der logischen Implikation \Rightarrow (2)

- ▶ Um die restlichen Beiden Fälle der logischen Implikation $A \Rightarrow B$ zu klären, nähern wir uns aus einem anderen Blickwinkel:

- ▶ Was ist denn das „Gegenteil“ von $A \Rightarrow B$?
- ▶ Doch wohl $A \wedge \neg B$.
- ▶ Also ist $A \Rightarrow B$ äquivalent zu $\neg(A \wedge \neg B)$
- ▶ Das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee (\neg \neg B)$ und
- ▶ das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee B$.

A	B	$A \wedge \neg B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr

- ▶ Auswirkung auf Beweise
 - ▶ Man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist.

- ▶ Um die restlichen Beiden Fälle der logischen Implikation $A \Rightarrow B$ zu klären, nähern wir uns aus einem anderen Blickwinkel:

- ▶ Was ist denn das „Gegenteil“ von $A \Rightarrow B$?
- ▶ Doch wohl $A \wedge \neg B$.
- ▶ Also ist $A \Rightarrow B$ äquivalent zu $\neg(A \wedge \neg B)$
- ▶ Das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee (\neg \neg B)$ und
- ▶ das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee B$.

A	B	$A \wedge \neg B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr

- ▶ Auswirkung auf Beweise
 - ▶ Man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist.

- ▶ Um die restlichen Beiden Fälle der logischen Implikation $A \Rightarrow B$ zu klären, nähern wir uns aus einem anderen Blickwinkel:

- ▶ Was ist denn das „Gegenteil“ von $A \Rightarrow B$?
- ▶ Doch wohl $A \wedge \neg B$.
- ▶ Also ist $A \Rightarrow B$ äquivalent zu $\neg(A \wedge \neg B)$
- ▶ Das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee (\neg \neg B)$ und
- ▶ das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee B$.

A	B	$A \wedge \neg B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr

- ▶ Auswirkung auf Beweise
 - ▶ Man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist.

- ▶ Um die restlichen Beiden Fälle der logischen Implikation $A \Rightarrow B$ zu klären, nähern wir uns aus einem anderen Blickwinkel:

- ▶ Was ist denn das „Gegenteil“ von $A \Rightarrow B$?
- ▶ Doch wohl $A \wedge \neg B$.
- ▶ Also ist $A \Rightarrow B$ äquivalent zu $\neg(A \wedge \neg B)$
- ▶ Das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee (\neg \neg B)$ und
- ▶ das ist äquivalent zu $(\neg A) \vee B$.

A	B	$A \wedge \neg B$	$A \Rightarrow B$
falsch	falsch	falsch	wahr
falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch
wahr	wahr	falsch	wahr

- ▶ Auswirkung auf Beweise
 - ▶ Man muss nur etwas tun, wenn A wahr ist.

- ▶ Eine nützliche Notation aus der *Prädikatenlogik*:

Allquantor \forall

Existenzquantor \exists

- ▶ In der puren Form hat eine quantifizierte Aussage eine der Formen

$$\forall x A(x) \quad \text{oder} \quad \exists x A(x)$$

- ▶ Dabei soll $A(x)$ eine Aussage sein, die von einer Variablen x abhängt (oder jedenfalls abhängen kann). A kann weitere Quantoren enthalten.
- ▶ $\forall x A(x)$ ist zu lesen als: „Für alle x gilt: $A(x)$ “.
- ▶ $\exists x A(x)$ ist zu lesen als: „Es gibt ein x mit: $A(x)$ “.
- ▶ Zum Beispiel:

$$\forall x (x \in \mathbb{N}_0 \Rightarrow \exists y (y \in \mathbb{N}_0 \wedge y = x + 1))$$

- ▶ noch mal dieses Beispiel:

$$\forall x (x \in \mathbb{N}_0 \Rightarrow \exists y (y \in \mathbb{N}_0 \wedge y = x + 1))$$

- ▶ Das hat man oft: Eine Aussage gilt nicht für alle x , sondern nur für alle x aus einer gewissen (Teil-)Menge M .
- ▶ Abkürzung: Statt

$$\forall x (x \in M \Rightarrow B(x))$$

schreibt man einfach

$$\forall x \in M : B(x)$$

- ▶ Doppelpunkt sinnvoll, wenn Lesbarkeit dadurch verbessert
- ▶ Obiges Beispiel wird zu:

$$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : y = x + 1$$

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : x \leq y$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist falsch

$\neg \exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \neg \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : \neg(y \leq x)$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : y > x$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : x \leq y$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist falsch

$\neg \exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \neg \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : \neg(y \leq x)$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : y > x$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : x \leq y$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist falsch

$\neg \exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \neg \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : \neg(y \leq x)$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : y > x$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : x \leq y$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist falsch

$\neg \exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \neg \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : \neg(y \leq x)$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : y > x$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : x \leq y$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist falsch

$\neg \exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \neg \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : \neg(y \leq x)$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : y > x$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : x \leq y$ ist wahr

$\exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist falsch

$\neg \exists x \in \mathbb{N}_0 : \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \neg \forall y \in \mathbb{N}_0 : y \leq x$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : \neg(y \leq x)$ ist wahr

$\forall x \in \mathbb{N}_0 : \exists y \in \mathbb{N}_0 : y > x$ ist wahr

Vereinbarung: die Quantoren binden *schwächer* als die binären aussagenlogischen Operatoren.

Also bedeutet

$$\forall x \in M : A(x) \Rightarrow B(x)$$

das gleiche wie

$$\forall x \in M : (A(x) \Rightarrow B(x))$$

Das sollten Sie mitnehmen:

- ▶ *Alphabete*
 - ▶ ASCII und Unicode sind wichtige Beispiele
- ▶ *binäre Relationen*
- ▶ *Abbildungen*
 - ▶ Spezialfälle: injektiv, surjektiv, bijektiv, partiell
- ▶ *Aussagenlogik*
- ▶ *Existenz- und Allquantor*

Das sollten Sie üben:

- ▶ Benutzung der Begriffe Alphabet, Relation, Abbildung
- ▶ Hinschreiben logischer Formeln
- ▶ Umgang mit \Rightarrow