

Grundbegriffe der Informatik

Aufgabenblatt 13

Matr.nr.:

--	--	--	--	--	--	--

Nachname:

--

Vorname:

--

Tutorium:

Nr.

--

Name des Tutors:

--

Ausgabe: 28. Januar 2015

Abgabe: 6. Februar 2015, 12:30 Uhr
im GBI-Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengeheftet abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 13:

/ 20 + 2

Blätter 1 – 13:

/ 228 + 23

Aufgabe 13.1 (2 + 4 + 2 = 8 Punkte)

Der ebenso geniale wie überzeugende Wissenschaftler und Superbösewicht Doktor Meta ist siegestrunken. Er hat vor kurzem seinen Widersacher Theorie-Mann (halb Mensch, halb Turingmaschine) gestellt. Es gelang ihm, Theorie-Mann zu überwältigen und umzuprogrammieren. Er folgt jetzt Doktor Metas Willen. Der pfiffige Informatikstudent Marvin Faulsson (der sich gerade für den GBI-Übungsschein und die Klausur angemeldet hat) muss nun mit Schrecken sehen, wie sein ehemals bester Freund Theorie-Mann Doktor Metas unkonkrete Pläne umsetzt. Doch Marvin hat noch nicht aufgegeben. Er will Theorie-Mann überzeugen, dass noch viel gutes in ihm ist, dass Doktor Meta nicht alles, was gut in ihm war, zerstört hat. Theorie-Manns Handlungen werden von der folgenden Grammatik $G = (\{X\}, \{g, b\}, X, P)$ beschrieben, wobei

$$P = \{X \rightarrow gXb \mid bXg \mid XX \mid \varepsilon\}$$

und g für „Gutes“ sowie b für „Böses“ steht.

- Definieren Sie induktiv die Menge \mathcal{A} aller Ableitungsbäume von G .
- Zeigen sie durch strukturelle Induktion über die Ableitungsbäume von G , dass gilt:

$$\forall w \in L(G) : N_g(w) = N_b(w).$$

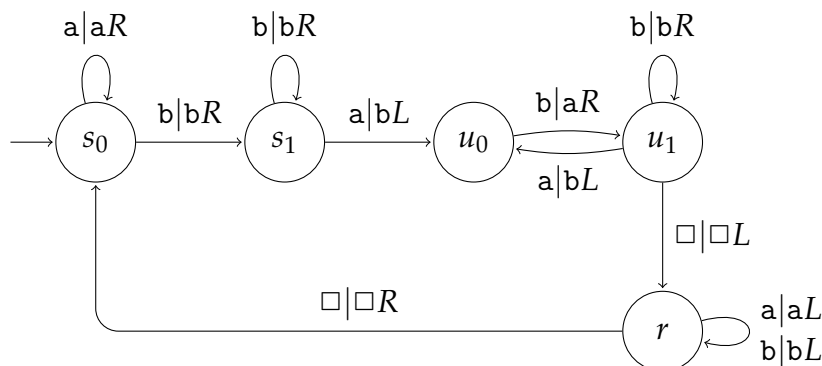
Hinweis: Verwenden Sie, dass es für jedes Wort $w \in L(G)$ einen Ableitungsbaum $A \in \mathcal{A}$ gibt, der eine mögliche Ableitung von w aus X beschreibt, und, dass für jeden solchen Baum A gilt $N_g(A) = N_g(w)$ sowie $N_b(A) = N_b(w)$, wobei $N_g(A)$ und $N_b(A)$ die Anzahl der Knoten in A mit Markierung g bzw. b sei.

- Geben Sie eine Grammatik $G' = (N', T', S', P')$ an, deren Produktionsmenge entweder aus alle Produktionen von G außer einer besteht oder aus allen Produktionen von G sowie einer zusätzlichen, derart, dass

$$\forall w \in L(G') : N_g(w) > N_b(w).$$

Aufgabe 13.2 (2 Punkte)

Gegeben sei die nachfolgend dargestellte Turingmaschine T mit Zustandsmenge $Z = \{s_0, s_1, u_0, u_1, r\}$, Anfangszustand s_0 und Bandalphabet $X = \{a, b, \square\}$:



Die Eingabe sei ein beliebiges Wort $w \in \{a, b\}^+$.

- Für welche Eingabewörter hält T an?
- In welchen Zuständen kann T für eine Eingabe anhalten?
- Welches Wort steht für Eingabe w auf dem Band, wenn T anhält?
- Geben Sie eine Funktion f an mit $\text{Time}_T \in \Theta(f)$.

Aufgabe 13.3 (7 + 3 = 10 Punkte)

- Geben Sie graphisch eine Turing-Maschine T mit dem Eingabealphabet $A = \{0, 1\}$ und höchstens 13 Zuständen an, die die Abbildung $f: A^* \rightarrow A^*$ berechnet, welche induktiv definiert ist durch

$$f(\epsilon) = \epsilon,$$

$$\forall v \in A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup A^4 : f(v) = v \cdot \text{repr}_2\left(\left(\sum_{i=0}^{|v|-1} \text{num}_2(v_i)\right) \bmod 2\right),$$

$$\forall v \in A^4 \forall w \in A^+ : f(v \cdot w) = f(v) \cdot f(w).$$

Hinweis: Es gibt eine solche Turing-Maschine mit 11 Zuständen.

- Geben Sie die Zeit- sowie die Raumkomplexität der Turing-Maschine T asymptotisch an, das heißt, in der Form $\Theta(g)$ für eine geeignete Funktion $g: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$? Begründen Sie Ihre Antwort.

***Aufgabe 13.4 (1+1=2 Extrapunkte)**

Es seien A und B zwei endliche Mengen. Wieviele partielle Abbildungen $f: A \dashrightarrow B$ gibt es? Begründen Sie Ihre Antwort.