

Grundbegriffe der Informatik

Aufgabenblatt 10

Matr.nr.:

Nachname:

Vorname:

Tutorium: Nr. Name des Tutors:

Ausgabe: 10. Januar 2014

Abgabe: 17. Januar 2014, 12:30 Uhr
im GBI-Briefkasten im Untergeschoss
von Gebäude 50.34

Lösungen werden nur korrigiert, wenn sie

- rechtzeitig,
- in Ihrer eigenen Handschrift,
- mit dieser Seite als Deckblatt und
- in der oberen **linken** Ecke zusammengetackert

abgegeben werden.

Vom Tutor auszufüllen:

erreichte Punkte

Blatt 10: / 13

Blätter 1 – 10: / 180

Aufgabe 10.1 (5 Punkte)

Es sei $a \in \mathbb{N}_0$, $d \in \mathbb{N}_+$ und $T: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ eine Funktion mit den Eigenschaften

$$T(1) = d$$
$$\forall k \in \mathbb{N}_0: T(2^{k+1}) = a \cdot T(2^k) + d \cdot (2^{k+1})^2$$

a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

$$\forall k \in \mathbb{N}_0: T(2^k) = a^k \cdot d \cdot \sum_{i=0}^k \frac{4^i}{a^i}$$

b) Es sei nun (fast wie im Algorithmus von Strassen) $a = 7$ und $d = 4$. Zeigen Sie, dass es eine Konstante $c \in \mathbb{R}_+$ gibt, so dass für alle $k \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$T(2^k) \leq c \cdot (2^k)^{\log_2 7}$$

Sie können dabei die Tatsache benutzen, dass für alle $k \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$\sum_{i=0}^k \frac{4^i}{7^i} \leq \frac{7}{3}$$

Aufgabe 10.2 (4 Punkte)

- a) Gilt $3^{\sqrt{n}} \in O(2^n)$? Beweisen Sie Ihre Antwort.
- b) Gilt $3^{\sqrt{n}} \in \Theta(2^n)$? Beweisen Sie Ihre Antwort.
- c) Gilt $3^{\sqrt{n}} \in \Omega(2^n)$? Beweisen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 10.3 (2 Punkte)

- a) Für welche $k \in \mathbb{N}_0$ mit $k \geq 2$ gilt: $(\log_2 n)^{\log_2 n} \in O(n^k)$?
- b) Für welche $k \in \mathbb{N}_0$ mit $k \geq 2$ gilt: $(\log_2 n)^{\log_2 n} \in \Omega(n^k)$?

Aufgabe 10.4 (2 Punkte)

Eine Funktion $f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ heißt *monoton wachsend*, wenn für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $f(n) \leq f(n+1)$.

Definieren Sie zwei Funktionen $f(n)$ und $g(n)$, so dass

- beide Funktionen monoton wachsend sind,
- *nicht* $f(n) \in O(g(n))$ gilt und
- *nicht* $g(n) \in O(f(n))$ gilt.